

ECUACIONES

Ficha 2

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - \sqrt{3x - 2} = 0$

b) $x^3 - 8x^2 + 20x - 16 = 0$

c) $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} = 3$

d) $\frac{x+1}{x} - \frac{2}{x+1} = 1$

e) $x - \sqrt{3x - 5} = 3$

f) $2x - \sqrt{2x - 1} = 1$

g) $\sqrt{2}(x^2 - 5x + 6)(x^3 - x) = 0$

h) $\frac{x}{8} - \frac{2}{81x^3} = 0$

SOLUCIONES

a) $x - \sqrt{3x-2} = 0$, dejamos la raíz sola en un miembro $x = \sqrt{3x-2}$ y elevamos al cuadrado: $x^2 = (\sqrt{3x-2})^2 \Rightarrow x^2 = 3x-2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ y resolviendo esta ecuación de segundo grado, tenemos que las soluciones son 1 y 2.
Falta comprobar que cada una verifica la ecuación inicial:
Para $x=1$ $1 - \sqrt{3 \cdot 1 - 2} = 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{1} = 0 \Rightarrow 0 = 0$
Para $x=2$ $2 - \sqrt{3 \cdot 2 - 2} = 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{4} = 0 \Rightarrow 0 = 0$
Luego, las soluciones de la ecuación son $x=1$ y $x=2$.

b) $x^3 - 8x^2 + 20x - 16 = 0$ tendremos que factorizar:
las raíces enteras están entre los divisores de 16: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16$
probamos y encontramos la primera:

1	-8	+20	-16	$x^3 - 8x^2 + 20x - 16 = (x-2)(x^2 - 6x + 8)$ Con lo que la ecuación nos queda: $(x-2)(x^2 - 6x + 8) = 0$
2	+2	-12	+16	
1	-6	+8	0	

De donde: $\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x^2-6x+8=0 \Rightarrow x=2, x=4 \end{cases}$ luego las soluciones son $x=2$ y $x=4$

c) $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} = 3$ m.c.m. = $(x+1)(x-1)$

$$\frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} \Rightarrow x^2 + x + 3x - 3 = 3x^2 - 3$$

operando queda: $2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(2x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x-4=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$

d) $\frac{x+1}{x} - \frac{2}{x+1} = 1 \Rightarrow \frac{(x+1)(x+1)}{x(x+1)} - \frac{2x}{x(x+1)} = \frac{x(x+1)}{x(x+1)} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 2x = x^2 + x$
de donde la solución de la ecuación es $x=1$

e) $x - \sqrt{3x-5} = 3 \Rightarrow x-3 = \sqrt{3x-5} \Rightarrow (x-3)^2 = (\sqrt{3x-5})^2$
 $x^2 - 6x + 9 = 3x - 5 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$
 ecuación de segundo grado cuyas soluciones son $x=7$ y $x=2$, comprobemos:
 $7 - \sqrt{3 \cdot 7 - 5} = 7 - \sqrt{21-5} = 7 - \sqrt{16} = 7 - 4 = 3$ luego, $x=7$ es solución
 $2 - \sqrt{3 \cdot 2 - 5} = 2 - \sqrt{6-5} = 2 - 1 = 1 \neq 3$ $x=2$ **NO** es solución

f) $2x - \sqrt{2x-1} = 1 \Rightarrow 2x-1 = \sqrt{2x-1} \Rightarrow (2x-1)^2 = (\sqrt{2x-1})^2$, operando:

$4x^2 - 4x + 1 = 2x - 1 \Rightarrow 4x^2 - 6x + 2 = 0$ y resolviendo la ecuación, las soluciones son: 1 y $1/2$, comprobemos:

$2 \cdot 1 - \sqrt{2 \cdot 1 - 1} = 2 - \sqrt{1} = 1$ si es solución $x = 1$

$2 \cdot \frac{1}{2} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{2} - 1} = 1 - \sqrt{0} = 1$ también es solución $x = \frac{1}{2}$

g) $\sqrt{2}(x^2 - 5x + 6)(x^3 - x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ x^3 - x = 0 \end{cases}$

$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

Por lo tanto, las soluciones de esta ecuación son:

$x = 3$, $x = 2$, $x = 0$, $x = 1$ y $x = -1$

h) $\frac{x}{8} - \frac{2}{81x^3} = 0$ m.c.m. = $8 \cdot 81x^3 = 648x^3$

$\frac{81x^4}{648x^3} - \frac{16}{648x^3} = 0 \Rightarrow 81x^4 - 16 = 0 \Rightarrow 81x^4 = 16 \Rightarrow x^4 = \frac{16}{81} \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \pm \frac{2}{3}$

por tanto, las soluciones son: $x = \frac{2}{3}$ y $x = -\frac{2}{3}$